

## IRRATIONALITE DE $\sqrt{n}$ : DEMONSTRATIONS ARITHMETIQUES

Animateurs : Groupe Histoire des mathématiques de l'IREM&S de Poitiers : Nathalie Chevalarias, Frédéric De Ligt, Jean-Paul Guichard

Niveau concerné : lycée (mais peut intéresser des collègues de cycle 3)

### Description :

Dans le programme de seconde figure la démonstration « Le nombre réel  $\sqrt{2}$  est irrationnel » dans le paragraphe « Manipuler les nombres réels » de la partie « Nombres et calculs ». Dans les manuels, le nombre  $\sqrt{2}$  vient souvent comme un exemple de nombre irrationnel et la démonstration proposée couramment, généralement en exercice guidé, se fait par l'absurde, utilisant les nombres premiers entre eux, les nombres pairs donc des éléments d'arithmétique.

Cette démonstration est-elle un prétexte à utiliser le peu d'arithmétique présent dans le programme ? Les quelques notions d'arithmétique ne sont-elles présentes que pour servir cette démonstration ? La question de l'irrationalité doit pouvoir avoir un enjeu plus large dans le questionnement mathématique : dans quels contextes la question s'est-elle posée ? Pour quels nombres autres que  $\sqrt{2}$  ? En existe-t-il d'autres démonstrations ? Ces démonstrations restent-elles dans le cadre de l'arithmétique ?

Nous proposerons en atelier la lecture de textes historiques et d'extraits de manuels anciens pour étudier différentes méthodes de démonstrations dans lesquelles l'aspect arithmétique sera bien présent mais lié à la géométrie et à l'analyse. Nous illustrerons ainsi aussi « la crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs » indiquée dans l'item d'histoire des mathématiques de « Nombres et calculs » en ouvrant la réflexion sur le lien entre nombre et grandeur.